PARALLATICAE
Commentationis Praxeosq; Nucleus quidam.

Authore Joanne Dee, Londinensi.



LONDINI

Apud Johannem Dayum Typographum. An. 1573.

Thomas Diggseus, Beneuolo Lectori. S.



Heorema, cuius, in Procemio, mentionem feceram, a charissimo meo amico & Parente altero Mathematico, D. Io. Dee, iamdudum receperam, cùm libellus iste meus, Typographo commissus, pars quoque illius nō modica impressa fuisset. Nucleus vero ab Authore appellatur, seu quod durissimas disrumpere plurimarum difficillimarum demonstrationum testas coactus fuisset, priusquàm ad eam tam breuem tamque perspicuam penetrare potuisset: seu quòd aliquarum suarum vigiliarum fructum, & verè Nucleum, omnibus nudatum corticibus tuo esui, vsuique paratum exhibeat. Me autèm isti meo opusculo annectere, & in lucem simul emittere, varia impulêre causa. Prima, ne charissimus mihi, illius Author (vir in omni doctrinarum genere celeberrimus, tùm in abditissimis Philosophiæ mysterijs admirandus) debita sua inuentionis priuaretur laude: cùm nonnulli, fortassis, si posteà ederetur, suspicari possint, à meis Methodis deriuatum fuisse. Fateor equidem, adeò latè mea sese extendere fundamina, vt tùm istiusmodi, tùm plurimi etiàm alij nuclei (Astronomorum vsui inprimis necessarij) indè excerpi possent: quemadmodum Correllarium illud secũdum, Problematis vndecimi: quòd equidèm, licet manifestè videatur ex ipso vndecimo Problemate, & Regiomontani propositione ibidem citata, pendere, tamen mihi in mentem non venerat, priusquàm cum eo, de eiusmodi sinuũ proportionibus contulissem. Illud igitur, illius, non meũ esse: & Theorema istud, ex proprijs illius, non meis, enucleatum fuisse corticibus, certum est. Alia quoque causa fuit, non admodùm inefficax: scilicet, vt posteris, memoria nostræ animorum coniunctionis & consuetudinis, diuturna maneat: qua quidem, nihil mihi in vita contigit mellitius. Postrema, vt harum scientiarũ candidati (quibus non datum est proprijs viribus abdita difficiliaque eruere Problemata) poterint nihilominùs, hinc edocti, ex nostris exhaurire fontibus: & exantlare quæ sibi vsui forent. Vt, quemadmodùm non vnico cursu, vasto in oceano, feruntur nauigia: neque omnibus eadem palatis placeant obsonia: sic etiam diuersa & varia studiosorum ingenia, eisdem non perindè Methodis contenta, diuersas etiàm & varias sibi propositas habeant procedendi semitas: Vt quæ sibi magis arrideant, in vsum adhibeant: & securo tandem transacto cursu, ad veritatis trãquillum possint pertingere portum.

Optimarum veritatis Artium verè ſtudioſis, IOANNES DEE, LONDINENSIS, S. D. P.



On me latet, varias eſſe vias, ad Parallaxes rerũ in Sublimi apparentium intelligẽdas: verùm, pauciſſimas eſſe certum eſt (quales nos excogitauimus aliquot) quæ vel ſolo intuitu, vel abſq; aliquo Logiſtices auxilio, nobis exactè veritatem referre queant. Neque habent Mathematici omnes, eam, quã habuit Ptolemæus, loci opportunitatem (circa maximam Lunæ latitudinẽ eliciendam) vt verticibus, penè, Phænomena ſemper immineant. Maxima igitur Parallaticarum obſeruationũ noſtrarum parte, vel duas diuerſorum ſupra noſtrum horizontẽ locorum, recipimus ſimul vnitas Parallaxes: & deinde, ratiocinando, ſeparamus artificioſè: Vel ex duarum diuerſarum Parallaxium (arte aliqua) eruta differentia: ad integras ſeparatim cognoſcendas, Mathematicè noſmet accingimus. Iſtas duas vias (aliaſq; aliquot) diligenter, ingenioſeq; (ſuo quidem & proprio modo) nuperrimè tractauit, chariſſimus mihi Iuuenis, Mathematicuſq; meus digniſſimus hæres, Thomas Diggſeus. At ex iſto noſtro Theoremate tertio, ne hilum quidem recepit auxilij. Cum ante vltimam diem, Februarij præteriti, prorſus illi incognitum & inauditum erat. Licet antea quidem, tùm ſua ſponte, tùm à me accerſitus, aliquoties mihi adfuiſſet: dum de toto hoc noſtro (veritatis eliciendæ amore, ſuſcepto) diſſereremus negotio: & de optimis obſeruandi modis nouas inire ſtatueremus rationes. Regiomontani enim Methodum, ſtatim deprehendit, huic præſenti inſtituto noſtro, haud ſatis fideliter inſeruire potuiſſe. Méque enixiſſimè hortatus eſt, accuratius, quàm noſtri fecerint maiores, de iſtis meditari: dum interim ipſe de eiſdem, ſuas ſeorſim conſuleret Muſas. Vnde prædicta

dicta Februarij die, humaniter me & perofficiosè inuisens, suas ostendit, quas (interim) de Parallaxibus elaborauit demonstrationes: quas etiam ad prælum Typographicum, propè, paratas habebat: adiecitq; editionis suæ haud minimam esse causam, vt ea me liberaret (huiusmodi scribendi) molestia: illáque præmitteret, quæ, pressiùs à me scriptis (de istis, similibúsue rebus) lucem aliquam, hac sua adferrent industria: & quò plures, interea, instruerentur, redderenturq; testes, maiori fide digni: cùm & ipsi, doctioribus & Mathematicis oculis, istud artificiosè obseruare docerentur, quod cœlo adhuc fulget, rarissimum Spectaculum. Quod eius institutum, tùm illi honorificum (ex Mathematici sui ingenij, tàm illustri edito acuminis specimine) tùm mihi gratum (ob tàm propensam eius erga me hanc animi beneuolentiam) tùm studiosis optabile (ex tot, tàm opportunè, tàmq; expeditè, publicatis Philosophiæ cœlestis documentis) non potui, non approbare, laudare, amare, veritatisq; inuestigatoribus, faustum & fœlix fore, tùm optare, tùm sperare. Et ne ipse, laudator solùm, videri possim, laborum, quos nobis communicant alij: & nō æquè facilis meorum aliquot erogator Inuentorum, quæ multùm, hac tempestate, ad mirabilis veritatis agnitionem, & illustrationem facere queant: Nostro proinde diutius inclusa ergastulo (vbi nuper nata sunt) hæc nolui detinere Theoremata: sed ex quodam nostro (nondum absoluto) selecta libro, actûtum potius, in publicum emittere: vt fructum haud paruum Mathematicis reportent, donec alia nostra (in hoc Philosophandi genere) scripta, tempore sunt proditura oportuno. Quod & eò lubentius feci, quùm ad manus Illustrissimi illius Heroïs, hunc nostrum libellum, statim peruenturum intellexissem, cui Primus aperui, huius in cœlo fulgentis Ostenti, annotauiq; admirabilitatem. Cui etiam, iure meritissimo, illos nostros quantoscunq; in hoc Portento considerando, examinandoq; labores exantlatos, iustóq; aliquando

 volumine

volumine explicatos, dicari debere, agnoſco: tùm propter multa, magnaq; erga me eiuſdem merita (quæ in hominē ingratum, immemoremuè contuliſſe, haud videbitur) tùm ob maiores alias, iuſtiſſimaſq; cauſas. Quoniam denique res Parallaticæ (vt ſuprà dixi) maxima ex parte, ad hunc ſcopum reduci ſolent, vt vel compoſitæ, ſeparentur, in ſuas partes: vel Parallaxium data differentia, vtraſq; reddat notas: Quantùm (præter plurimos eiuſdem alios vſus) in vtramq; iſtius Parallatici negotij partem, hoc noſtrum valeat Theorema tertium, preſtetq; ſubſidij, omnes facillimè intelligant. Vnde, cùm circa hoc Theorema breuiſſimum, tam frequens verſetur, Parallaxium diſcurſus: præmittantur verò, quæ & laboris & difficultatis habeant nōnihil (tùm ex obſeruationibus cautiſſimis, tùm ex ratiocinationibus Mathematicis) quibus ſuperatis, tanquam Nucis fractis teſtis, ad Nucleum fructuoſum, finemq; laborum iam peruenimus: in ipſius videlicet Theorematis noſtri, debita applicatione: vel ad Parallaxium compoſitarum ſeparationem: vel ex differentia data, ad datas quoquè ipſas reddendas Parallaxes: Igitur, Nuclei cuiuſdam inſtar, hunc haud abſurdè cenſeri poſſe libellum, ſatis iam oſtendimus euidenter. Eodem itaque vtamini fruaminiq;, Amici mei, veritatiſq; ſcrutatores induſtrij.

Mortlacenſibus noſtris annuentibus Muſis. Martij. 5. An. 1573.

Parallaticus Nucleus.

Theorema. I.

Inter duas quascunq; , easdem omnino, & homogeneas magnitudines, vna solum existit ratio.

QVamquam cõmuni omnium ferè hominum iudicio, hoc sic se habere iudicetur: tamen, vt vel quibusdã clarius illustrare hanc veram sententiam: vel alÿs, contra eandẽ cauillandi, occasionẽ omnẽ præripere possimus: nõ inutile censeri debet, si exemplari quadã demonstratione, rem tùm clariorẽ, tùm firmiorẽ aliquo reddamus modo. Breuiusculas istas primùm consideremus descriptiones. Easdem dicimus magnitudines, quarũ quantitates nihil vel augentur, vel imminuuntur. Homogeneas esse magnitudines desinimus, nomine essentiaq; similes. Veluti lineas lineis: superficies superficiebus: corpora corpõribus. Sint igitur duæ magnitudines, omnino eædem, & homogeneæ, C & D: dico rationem vnam solùm esse, ipsius C, ad D. Si verò nobis quis aduersari velit, & exhibere A ad B, in eadem ratione, quæ est ipsius C ad D: Prætérea & E ad F, in eadem ratione, quæ est nostræ C, ad D: & asserere denique, non eandem esse rationem, ipsius A ad B & illius E ad F: Nos contrà quidem (artis præsidiis validissimis adiuti) dimicabimus. Ex definitione enim: Ratio, est duarum magnitudinum, homogenearum, illa quæ est secundum earum quantitatẽ, habitudo: respectus mutuus, siue χέσις: vt Græci Mathematici loquuntur. Sed, ex hypothesi, no-

A B

C D

E F

strarũ duarũ magnitudinũ, C, & D, homogenearũ, eædem manent, quantitates, nullo scilicet, vel auctæ, vel imminutæ modo: quare, alia, aliaq́, non erit illarum quantitatum mutuò comparatarum, resultans habitudo: sed vna, eademq́. Proinde etiam, cùm secundum comparationem quantitatis C, ad quantitatem D, resultans habitudo, inueniatur eadem in A, cum B, collata: (iuxta aduersarium) Similiter secundum comparationem quantitatis C, ad quantitatẽ D, resultans habitudo, inueniatur eadem, ex quantitate E, ad F, comparata: (vt aduersarius ipse concedit). Necessariò & illa quæ inter A & B deprehenditur, est eadem omnino habitudo, illi, quæ inuenitur inter E & F: nullo modo, diuersa. Inter duas *igitur* quascunq; easdem omnino, & homogeneas magnitudines, vna solùm existit ratio. *Quod sic vel illustrasse, vel demonstrasse oportuit.*

A B

C D

E F

Aliter.

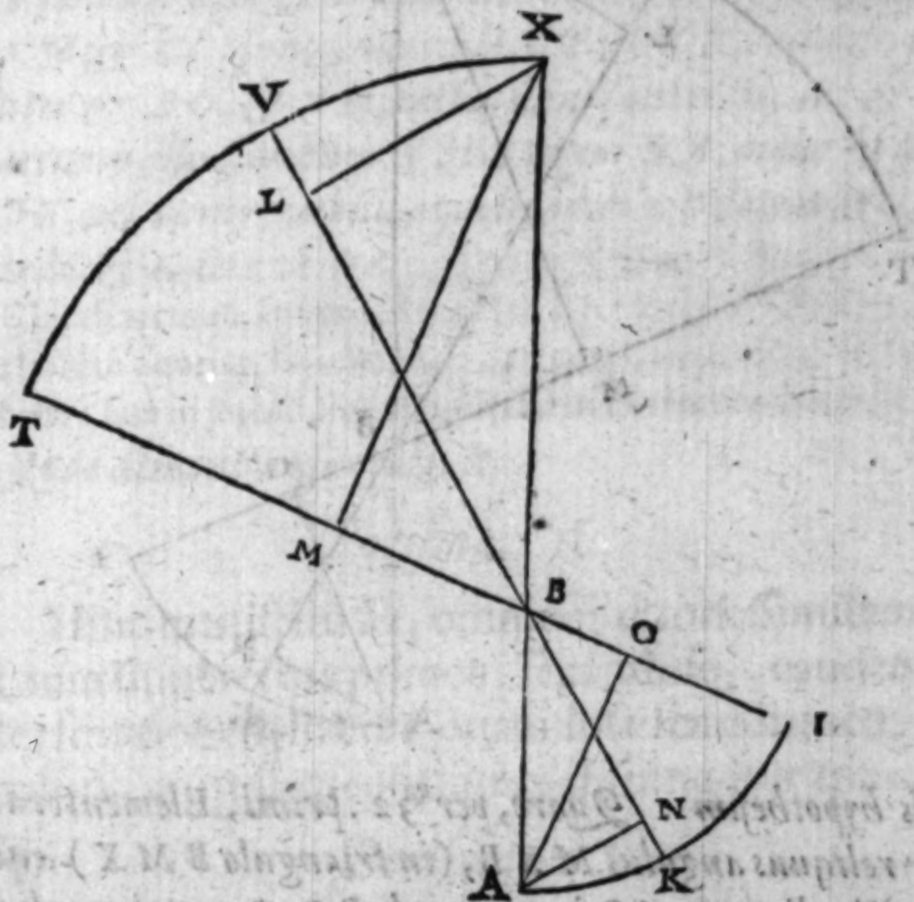
Præterea: si quis nostrum hoc Theorema, vel suspectũ habere vellet, vel labefactare conaretur: pari ratione, & vndecimam quinti Elementorum Euclidis, vel in dubium vocare, vel tanquã falsam euertere, moliatur: Quæ hæc est, Quæ eidem rationi, sunt eædem rationes, ad inuicem sunt eædem. *Ecthesis verò, & Diorismus eiusdem propositionis, sic se habent, verbatim. Sint enim, sicut A ad B, sic C ad D: sicut verò C, ad D, sic E ad F: Dico, quòd est sicut A ad B, sic E ad F. Sic quidem Euclides: Caueat igitur quicunq́ noster aduersarius: & veritatis studiosus, ipsi interim Euclidis Theonísue adhæreat demonstrationi.*

Theorema.

Theorema. 2.

Omnium duorũ, eiuſdem circuli arcuũ, ſinus recti, eandem inter ſe rationem habent: quam aliorum duorum, hijs ſimilium, arcuum, ſinus recti, inter ſe habent: ſiue in æquali, ſiue maiori, ſiue minori, acceptorum circulo.

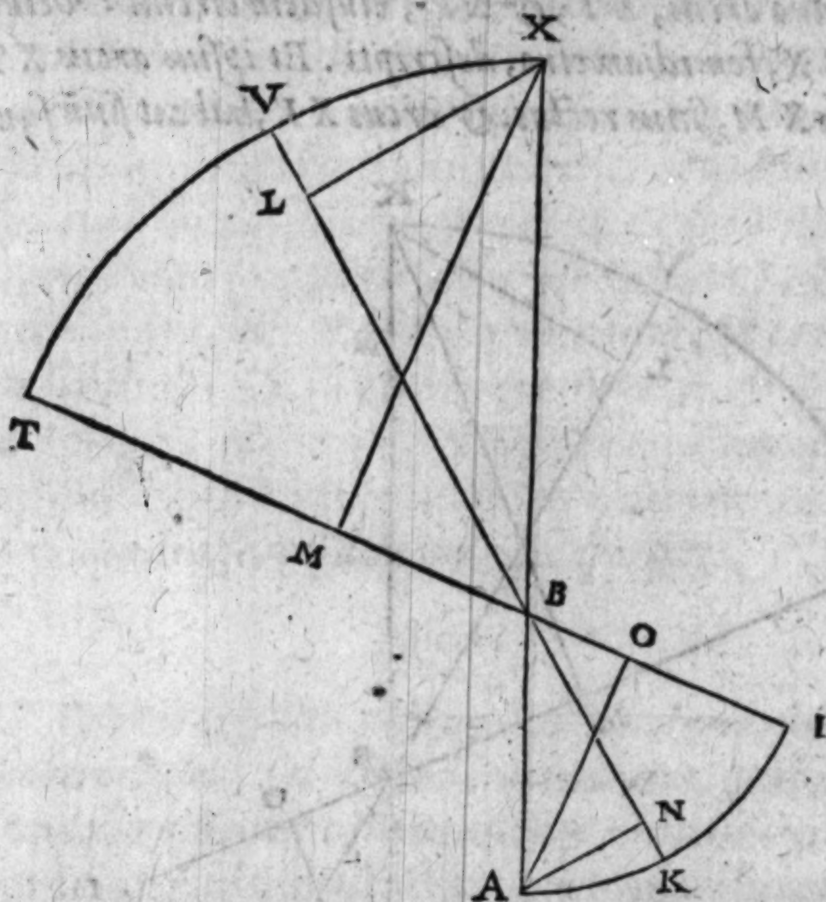
Sint duo arcus, X T, & X V, eiuſdem circuli: veluti, ab B X, ſemidiametro, deſcripti. Et ipſius arcus X T, ſit recta X M, ſinus rectus: & arcus X V, habeat ſinũ ſuum



rectũ, rectam X L. Iam verò, arcui X T, ſit ſimilis, alius arcus, A I. Et arcui X V, ſit ſimilis A K. Deſcriptis vtriſq; à ſemidiametro B A. Et ſinus rectus, arcus noſtri A I, ſit recta A O: atque arcus A K, habeat A N, pro ſinu ſuo recto.

 Dico

Dico X M ad X L, eandē habere rationē, quā A O, ad A N. Cùm enim, ex hypothesi, arcus X T, & A I, sint Similes arcus: per Similiū arcuū definitionē, angulus X B T, æqualis est angulo A B I. Sed & notissimum est, angulum X B M, æqualem, immò eundem esse, angulo X B T: & similiter angulum A B O, æqualem, eundémue esse, angulo A B I. Et anguli ad puncta M, & O, sunt recti: per constructionis hypothesim.



Quare, per 32. primi, Elementorum, & reliquus angulus M X B, (in triangulo B M X) æqualis est reliquo O A B, in triangulo B O A. æquianguli igitur sunt trianguli, B M X, & B O A. Vndè latera B X, & B A, sunt omologa: (nimirū ipsæ semidiametri nostrorum circulorum.) Et X M, & A O (videlicet sinus recti) omologa erunt. Et B M, & B O (sinus secundi) etiam omologa.

omologa. Eritq́; vt B X ad X M, ſic B A, ad A O. Vnde & permutatim (per decimam ſextam Euclidis) vt B X, ad B A: ſic X M, ad A O. Simili argumento conuincemus, vt B X ſe habet ad B A, ſic X L, ſe habere ad A N: ex triangulis B L X, & B N A, æquiangulis. Cùm igitur, tùm X M ad A O: & X L, ad A N, eandem rationē inter ſe habent, quam B X, ad B A: per præmiſſam, & vndecimā quinti, Elementorū Euclidis, eadem eſt ratio inter X M, & A O, quæ eſt inter X L, & A N. Quamobrem & permutatim (per decimam ſextam quinti Elementorum Euclidis) vt X M ad X L, ſic & A O ad AN. Sed per Conſtructionem, X M, & X L, ſunt ſinus recti, X T, & X V, arcuum: ſimiliter & A O, & A N, rectæ, ſinus ſunt recti, A I & A K arcuum, illis ſimilium. (Siue autem B A, maior ſit quàm B X, vel minor, vel illi æqualis, idem erit demonſtrationis ordo, & eadem veritas.) Igitur Omnium duorum, eiuſdē Circuli arcuum, ſinus recti, eandem inter ſe rationē habent, quam aliorum duorum, hijs ſimilium, arcuum, ſinus recti, inter ſe habent: ſiue in æquali, ſiue maiori, ſiue minori acceptorū circulo. *Quod demonſtraſſe oportuit.*

Poriſma. 1.

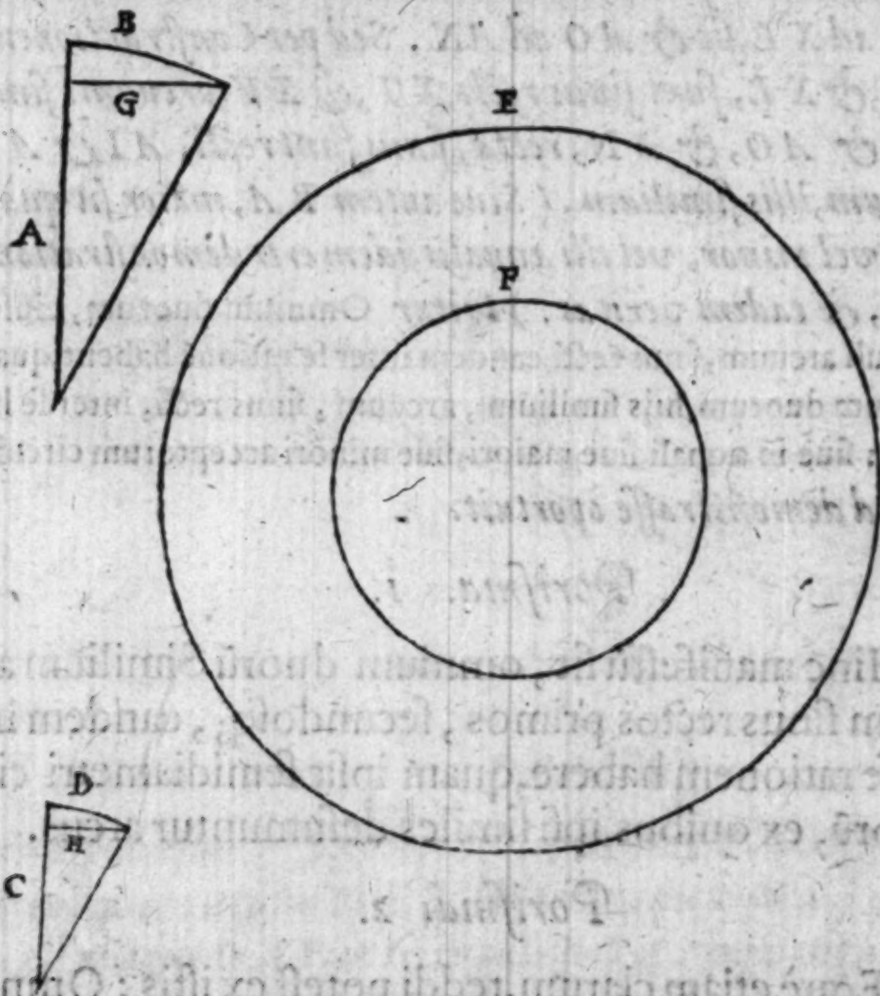
Hinc manifeſtū fit, omnium duorū Similium arcuum ſinus rectos primos, ſecundoſq́;, eandem inter ſe rationem habere, quam ipſæ ſemidiametri circulorū, ex quibus ipſi ſimiles deſumuntur arcus.

Poriſma. 2.

Æquè etiam clarum, reddi poteſt ex iſtis: Omniū ſimilium arcuum, eam inter ſe rationem eſſe, quæ eſt ſemidiametrorum reſpondentium, ſiue ſinuum ſuorum rectorū primorum, ſecundorumúe, inter ſe.

Nam, per Archimedis demonstrata, Omnium Circulorum circumferentias, ad suas semidiametros, vnicam eandemq; habere rationem, demonstrari potest: rationalem illam quidem vel irrationalem: (vt vulgari Logistarum vtamur phrasi) quare & permutatim, vt Circumferentia ad circumferentiam, sic semidiameter ad semidiametrũ.

Sint ergo duæ semidiametri, A & C: circumferentiæ autem circulorum, ab illis descriptorum, sint E, & F: E quidem, ab A: & F, à C. Sit etiam B, arcus, ex E, desumptus: & D arcus, illi similis, ex F, receptus. Sit etiam ipsius B arcus, sinus rectus, G recta linea: & arcus alterius, huic similis, nimirum D, sit H recta, sinus rectus. Cùm verò, B,



ad E, eandem habet rationem, quam D, ad F: (quia B & D sunt arcus similes, ex hypothesi) Ergo permutatim, B, ad D, eandem habet rationem quam E ad F. Sed quam habet E ad F, eandem habet A ad C (vt demonstrauimus:) per vndecimam, igitur, quinti Euclidis, eadem erit ratio B ad D (similium arcuum inter se) quæ est A, ad C: semidiametrorum scilicet, inter se. Sicq; prima Quæsiti pars constat. Per Porisma præcedens, G, sinus rectus ipsius B, ad H, sinum rectum ipsius D, est sicut A ad C. Similiq; ratione se habet sinus rectus secundus, ipsius B, ad sinum rectum secundum, ipsius D, per idem Porisma. Sed per priorem iam demonstratam partem, vt A ad C, sic B ad D: ergo per vndecimam quinti Elementorum, vt G ad H, siue sinus secundus ipsius B, ad sinum secundum ipsius D, sic B ad D. Omnium proinde similium arcuum, eadem est inter se ratio, quæ semidiametrorũ respondentiũ, siue sinuum suorũ rectorũ primorum, vel secundorum, inter se. *Quod demonstrasse oportuit.*

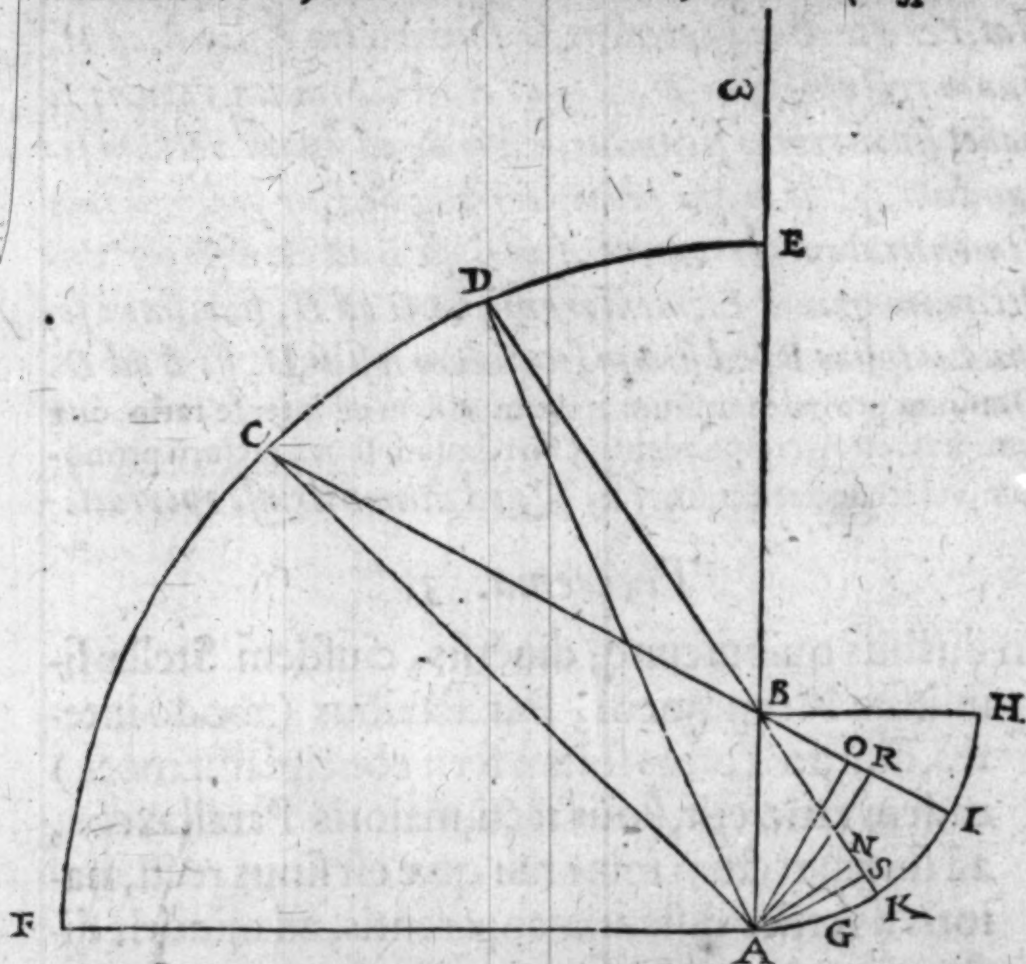
Theorema. . 3.

In duabus quibuscunq; diuersis, eiusdem Stellæ similisue Phænomeni, Parallaxibus (modò interea, diurno Totius solùm ferri concipiatur motu) eadem ratio erit, sinus recti, maioris Parallaxeos, ad sinum rectum minoris: quæ est sinus recti, maioris a vertice distantiæ apparentis, ad minoris distantiæ apparentis, sinum rectum.

SIt Terræ Physicæ centrũ, A. Spectatoris oculus, B. Ducatur inter A & B, recta linea A B. Quæ in continuum & directum, versus partes B, extendatur. In qua accipiatur punctum ω, pro illo quod dicitur Zenith nostrum cœleste. Tũ centro B, & interuallo B A, describatur quarta circuli pars: cuius circumferentia notetur literis A G H.

 Ductaq;

Ductaq́; sit recta B H, angulum cum A B linea, cōprehendens rectum. Sit verò Phænomenū aliquod, quod in Sublimi spectatur: & in duobus diuersis locis, vt in C quidem, longiori a vertice distantia Apparente: & in D, spacio Apparente verticali minori: ita vt per nullum interea, præter Totius motum, agitari ipsum admittamus Phænomenum. Centro A, interuallo autem A C, vel A D (in sphæra,



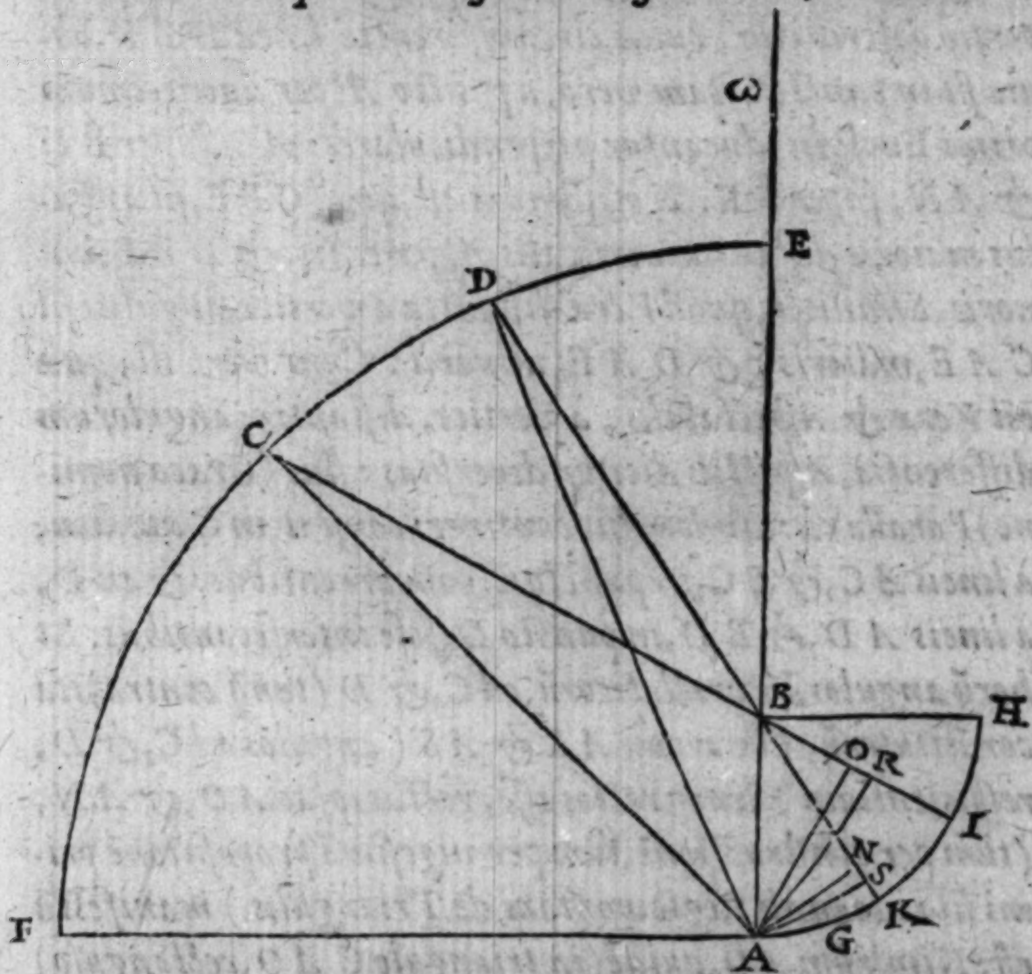
terreno orbi concentrica: ex solius diurni motus hypothesi) describatur circuli portio F C D E: lineam A ω, sua secans circumferentia, in puncto E. Ita quòd puncta A, B, E, in vna eademq́; statuantur recta linea: in illa scilicet, quæ recta extenditur ab A, ad illud punctum ω: quod Zenith vulgariter appellatur: quod & semper (ad perpendiculum) spectantis imminet vertici: Polusq́; Horizontis à nonnullis

lis

lis vocatur. Ad A, & B, ducātur rectæ C A, C B: & D A, D B. Verùm C B, & D B, ultra B, procurrant: donec in circumferentiam A G H, alicubi incidant: ubi verò incidunt, sint I, K puncta. Sintq́ C B I, D B K lineæ rectæ. Præterea centro C, & interuallo C A, portio circuli describatur. Cuius circũferentia, occurrat C B I rectæ, in puncto R. Similiter centro D, & intercapedine D A, alia circuli portio describatur: cuius circumferentia, lineæ D B K, obuia sit in puncto S. Iam verò, à puncto A (per duodecimam primi Euclidis) ducantur perpendiculares: A O, super B I: & A N, super B K. Notissimum est, quòd C B E, sit angulus maioris distantiæ verticalis Apparentis: & D B E, minoris. Similiter, quòd Veræ distantiæ a vertice, angulus sit C A E, maioris: & D A E, minoris. Cùm verò illa quæ est Vera & Aspectabilis, à vertice, distantiæ, angulorum differentia, Aspectus dicitur diuersitas: siue (Græco nomine) Parallaxis: eandem hìc contineri constat, in C quidem, à lineis A C, & B C, in puncto C, concurrentibus: & in D, à lineis A D, & B D, in puncto D, sese intersecantibus. Et horũ angulorũ Parallaticorũ, ad C, & D (tanq̃ centra) ita constitutorũ, siue arcuũ A R & A S (angulos ad C, & D, respicientium) Sinus rectos esse, rectas ipsas A O, & A N, (tùm per constructionẽ, tùm per vigesimã propositionẽ primi libri Ioannis Regiomontani de Triangulis) manifestũ est: Nimirùm A O, quidẽ (in triangulo C A O, rectangulo) ipsius A C O, anguli Parallaxeos, sinum rectum esse: Et A N (in trigono rectangulo D A N) ipsius anguli Parallaxeos A D N, esse sinum rectũ. DICO igitur rationẽ ipsius A O, ad A N, eandem esse, quæ est sinus recti maioris Apparentis distantiæ verticalis (scilicet ipso Phænomeno in C, posito) ad sinum minoris distantiæ verticalis Apparentis: dum Phænomenum est in D. Nam & in trigono

 A B O,

ABO, constare potest (per constructionem, & dictam vigesimam, Regiomontani de Triangulis) AO, rectam, sinum rectum, esse arcus AI: siue anguli ABO, cui (per 15. primi Elementorū) æqualis est contrapositus, CBE: Apparentis nimirùm maioris distantiæ verticalis, angulus. Quare arcus illius distantiæ verticalis maioris, similis erit arcui AI: per conuersionem definitionis, Similium ar-



cuum. Et AN (simili argumento) sinum rectum esse, certum est, ipsius AK arcus: siue ABN, anguli: huicq; contrapositum, esse æqualem: nimirum DBE: angulum minoris distantiæ apparentis a vertice. Quarè, per conuersionē definitionis Similium arcuum, & illa distantia verticalis, arcum habet, similem ipsi AK arcui. Itaque (per præmissam) quam rationem habet Sinus rectus arcus apparentis

parentis maioris distantiæ verticalis, ad sinum rectũ istius arcus, minoris verticalis distantiæ Apparentis: eandem habebit AO (sinus rectus, AI arcus) ad AN, sinum rectum, AK arcus. Sed & superius ostendimus, eandem omnino lineam AO, sinum rectum esse maioris nostræ Parallaxeos, ad C procreatæ: & eandem lineam AN, sinum rectum esse, minoris nostræ Parallaxeos, ad D prouenientis: Quare (per primum Theorema nostrum, & vndecimam quinti Elementorum) Eandem omnino habebit rationem, sinus rectus Parallaxeos maioris, ad sinum rectum Parallaxeos minoris, quam habet sinus rectus maioris distantiæ verticalis Apparentis, ad sinum rectũ minoris Apparentis distantiæ. Proinde, In duabus quibuscunq; diuersis, eiusdem Stellæ, similisue Phænomeni Parallaxibus (modò interea diurno Totius solùm ferri concipiatur motu) eadem ratio erit sinus recti maioris Parallaxeos, ad sinum rectum minoris, quæ est sinus recti maioris a vertice distantiæ Apparentis, ad minoris distantiæ Apparentis, sinum rectum. *Quod demonstrasse oportuit.*

Admonitio.

Prudens Mathematicus facillimè aduertet, demonstrationis nostræ nihil impediri cursum: siue Phænomenum nos videre contingat, in eodem Circulo verticali, diuersas istas distantias à vertice Apparentes habere: (sicq; & Sectores vtrosq;, ACR, & ADS: & Sectores ABI, & ABK, in eodem contineri plano cõtinget:) Siue in duobus diuersis Circulis verticalibus: & tunc hæc quidem in vno plano, semper erunt: Sector ACR; & Sector ABI, & linea ABE. Sed in alio plano, Sector ADS, & ABK Sector, & linea recta ABE. Ita quòd ABE, in omnibus erit planis, per Zenith nostrum transeuntibus.

Porisma. I.

Hinc manifestum redditur: Si duarum verticalium Apparentium distãtiarum alicuius Phænomeni

(ita,vt ſuppoſuimus, delati) cognoſcantur arcus, & ſinuum rationem quoq; rectorum inter ſe, ipſarum Parallaxium, in illis diuerſis diſtantijs prouenientium, vnà fieri cognitam.

Erit enim eadem (per præmiſſam) quæ eſt ſinuum illorum rectorum, qui ſunt ipſarum dictantiarum Apparentium proprij.

Poriſma. 2.

Clarum etiam hinc fit. Si binæ ſupradictæ Parallaxes componantur, denturq; tanquam vna: cognitis tamen Apparentium diſtantiarum arcubus (ſingulis Parallaxibus ſeorſim debitis) facillimè ipſas particulares diſiungi poſſe Parallaxes.

Hoc autem demonſtrari poteſt, auxiliante Ptolemæi Lemmatio ſecundo: quod in eiuſdem Epitome, Purbachius & Regiomontanus, in duodecimam primi libri propoſitionem traduxerunt. Quam, etiam, Regiomontanus, in ſuo de Triangulis libro quarto, hiſce habet verbis.

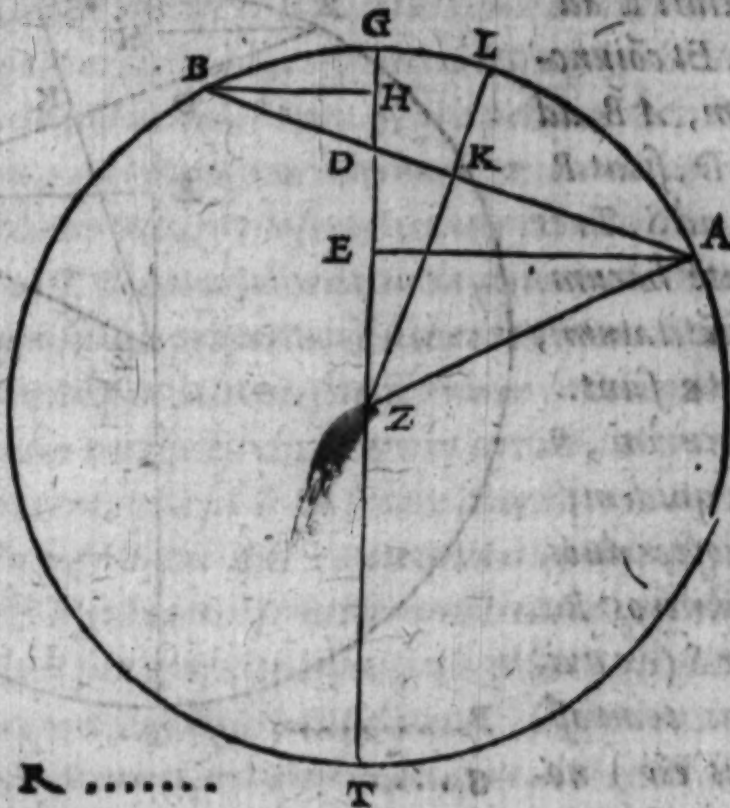
Propoſ. xxj.

Si quis arcus notus, minor ſemicircumferentia, in duos diuidatur, quorum ſinus proportionem habeant datam, vterque eorum notus erit.

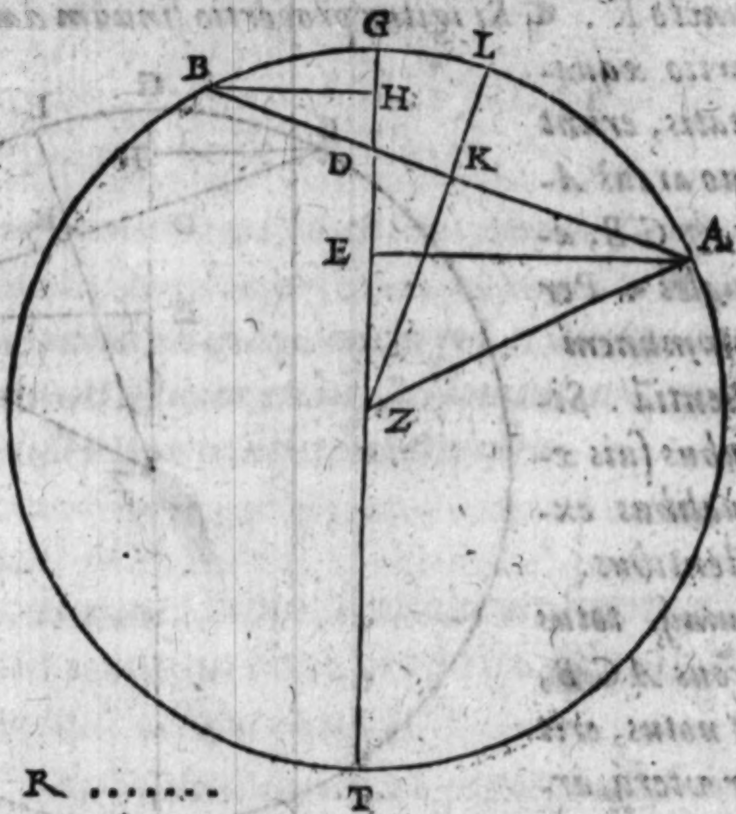
Sed, ne, vel Typographi negligentia, vel Autographi nondū abſoluti, immatura editio, aliquam ſtudioſis parere poſſit moleſtiam: dum ipſas vigeſimam primam, & vigeſimam ſecundā Propoſitiones Regiomontani (propter hac noſtra) intelligere vel exercere vellent, rem illis me gratam facturum exiſtimaui, ſi debito nitori, & iuxta ipſius Authoris inſtitutum, eaſdem hic ſubiungerem reſtitutas.

Sit arcus A G B datus, minor ſemicircumferentia: diuiſus

uisus in duos arcus A G, & G B. Sitq; proportio sinus arcus A G, ad sinum arcus G B, data. Dico quod vterq; arcuum partialium A G, & G B, datus habetur. Subtendatur enim arcui A G B, Chorda sua, A B. Ducaturq; per punctum G, & centrum circuli, Z, diameter circuli: secans Chordam A B, in puncto D. Ex punctis autem A, & B (arcum A B terminantibus) duæ rectæ descendant, perpendiculares ad diametrum: quæ sint A E & B H. Quarũ vtramq; constat esse sinum rectum arcus sibi conterminalis. A E quidem, arcus A G: & B H, arcus B G. Educatur etiam semidiameter Z L: orthogonaliter secans chordam A B, in puncto K. ¶ Si igitur proportio sinuum data, fuerit proportio æqualitatis, erunt duo arcus A G, & G B, æquales. Per communem scientiã. Sinubus suis æqualibus existentibus. Cumq; totus arcus A G B, sit notus, erit & vterq; arcuum A G, et G B, notus: ex 14. primi huius. ¶ Si verò proportio dictorum sinuum, non fuerit proportio æqualitatis, erit alter eorum, altero maior. Sit itaque A E, maior sinu B H: vndè & arcus A G, maior



erit arcu G B. Cùm autem, proportio A E ad B H, sit nota, oportet eam in terminis notis reperiri: per definitionem proportionis datæ. Et ideo, per quintam primi huius, in numeris notis: qui sint, R, & S. R quidem, maior: & S, minor. Ita, vt sit proportio sinus A E, ad sinum B H, sicut R ad S. Cùm autē duo trianguli A E D, & B H D rectanguli, duos angulos apud contrapositos, & (per 32. primi Elementorum) duos reliquos habeant æquales, erunt ipsi æquianguli. Et ideo, per 4. sexti, proportio A E, ad B H; sicut A D, ad D B. Proportio autem A E, ad B H, erat tanquam numeri R, ad numerum S: quare & proportio A D, ad D B, est veluti R ad S. Et cōiunctim, A B, ad B D, sicut R S, ad S. Tres autē harum quātitatum, notæ sunt. Primùm, R S, quidem, propter duos numeros R, & S (ex quibus compositus est) notos: numerus



autem S, ex eis quæ supradicta sunt, notus est. Chorda denique A B, nota est, propter arcum A G B, notum: intercedente tabula Sinuum, aut chordarum. Quarta igitur, scilicet linea B D, nota veniet: per 19. primi huius. Est autem

tem B K, nota (medietas chordæ A B) per tertiam tertij: deducta igitur B D, ex B K, reliqua D K, nota erit. Educta insuper semidiametro Z A, erit triangulus Z A K rectangulus: cuius duo latera Z A, & A K, nota sunt: vnde & per 26. primi huius linea Z K, nota prodibit. Triangulus itaque Z D K, rectangulus, duo latera, Z K, & D K, habens cognita, angulum D Z K, cognitum afferet, per 27 primi huius. Qui quidem ad quatuor rectos, eam habet proportionem, quam arcus G L, ad totam Circumferentiam: quemadmodùm ex vltima sexti trahitur. Arcus igitur G L notus habebitur. Quem si arcui A L (dimidio scilicet arcus A G B) addideris: resultabit arcus A G notus. Ipse demum, ex eodem arcu dimidio, siue ex arcu B L, ablatus, relinquet arcum G B, cognitum. Vterq; igitur arcuum partialium notus habebitur. Quod pollicebatur nostrum Theorema. ¶ Possumus autem & ea quæ demonstrauimus, applicare ad arcum semicircumferentia maiorẽ. Vt si arcus A T B, notus, diuidatur in duos arcus A T, & T B: quorum sinus, proportionẽ habeant notam. Dum tamen vterq; arcuũ partialium, fuerit minor semicircumferentia. Sic enim necesse est diametrum circuli, per punctum T transeuntem, quæ sit T G, secare chordam A B, arcus A T B: Quæ & arcui A G B, communis. Vnde & secabit arcum A G B, minorem semicircumferentia: & distinguet ex eo, duos particulares arcus, scilicet A G, & G B: quorũ sinus, proportionẽ habebunt datam. Quoniam, & huiusmodi sinus, communes sunt duobus arcubus A T, & T B. Vtrumq; igitur arcuum A G, & G B, ex supradictis cognitum, subtrahemus a semicircumferentia, & relinquetur socius suus arcus: videlicet in sinu secum participans. ¶ Quod si arcus A G B fuerit semicircumferentia: & diuidatur in duos arcus A G, & G B (vt contingit) tametsi

fuerit data proportio, sinus illius, ad sinum istius (quam oportet esse proportionem æqualitatis, per communem scientiam) non tamen alter eorum necessariò dabitur. Infinitis enim modis, potest diuidi arcus ille, qui est semicircumferentia, proportione sinuum (quos habent arcus particulares) non mutata.

Præceptum. 1. *¶ Operationẽ hoc pacto perficies. Si proportio sinuum data, fuerit æqualitatis: arcum datum, dimidiabis, & habebis duos particulares arcus cognitos.*

2. *¶ Si verò fuerit inæqualitatis: duos terminos eius, congregabis: collectumq́, pro primo statuas numero. Minorem autem terminum proportionis datæ, pro secundo: & numerum chordæ, arcus dati, pro tertio. Multiplica igitur secundum per tertium, & productum diuide per primum, quodq́, exibit, a dimidia chorda arcus dati, auferas: & residuum custodias. Deinde, semidiametro circuli, in se multiplicata, aufer quadratum dimidiæ chordæ arcus dati: Quod autem relinquetur, quadrato eius quod custodiri præcepimus, coniunge. Et collecti radicem elice quadratam. Custoditũ denique, per sinum totum extende: & productum in radicem elicitam, distribuas: exibit enim sinus differentiæ, quæ est inter dimidium arcum datum, & vtrumq́, arcuum quæsitorum. Quam ex tabula sinus inuentam, minue ex dimidio arcu dato, & relinquetur arcus minor quæsitus: aut eidem adde, vt resultet arcus maior.*

Exemplum. *¶ In exemplo: Ponatur arcus A G B 40. graduum. Et proportio sinus, arcus A G, maioris, ad sinũ arcus G B, minoris: sicut 7. ad 4. colligo 7. & 4. fiunt 11, pro primo numero. 4. autem, accipiam pro secundo, & 41042 (scilicet chordam arcus dati) pro tertio. Multiplico 41042. per 4. producuntur 164168. Quæ diuido per 11, exeunt 14924. [& $\frac{4}{11}$: quam particulam, hic curiosius tractare non est necesse] linea videlicet D B: quam subtrahe a medietate chordæ*

[videlicet

[videlicet B K] remanebit 5597. ferè : custodienda, pro linea D K, Item semidiameter [Z A] siue Sinus totus [ex eisdem tabulis] 60000. quæ duco in se, producuntur 3600000000. a quo aufero quadratum dimidiæ chordæ [nimirum A K] quod est 42111441, manebunt [pro quadrato lineæ Z K] 3178888559. Hoc addo quadrato lineæ D K (scilicet 31326409) resultant 3210214968. Huius radix quadrata, est, ferè 56659 [linea D Z] quam seruo. Deinde (per 27 primi huius) multiplico numerum lineæ D K, per sinum totum, producuntur 335820000: quæ diuido per radicem seruatam [56659. nimirum lineam D Z] exeunt 5927, ipse sinus, arcus nostri G L. Huius (in eisdem tabulis) arcus est, graduum 5. scrupulorũ primorum 40 [secundorum 10.] quem deme ex dimidio arcu dato, scilicet gradibus 20, manent gradus 14. scrupula prima 19. [secundo 50.] arcus scilicet minor, G B. Item eidem [dimidio arcui dato] ipsam [G L, arcum] addo, veniunt gradus 25. scrupula prima 40. [secunda 10.] & sic reliquus habebitur arcus A G.

Porisma. 3.

Si duarum prædictarum Parallaxium differentia solùm sit data, cognitáue, & duarum distantiarum a vertice Apparentium arcus, etiam cogniti: Parallaxes hîc singulas posse exhiberi integras, distinctásque, illarum distantiarum proprias, satis est manifestum.

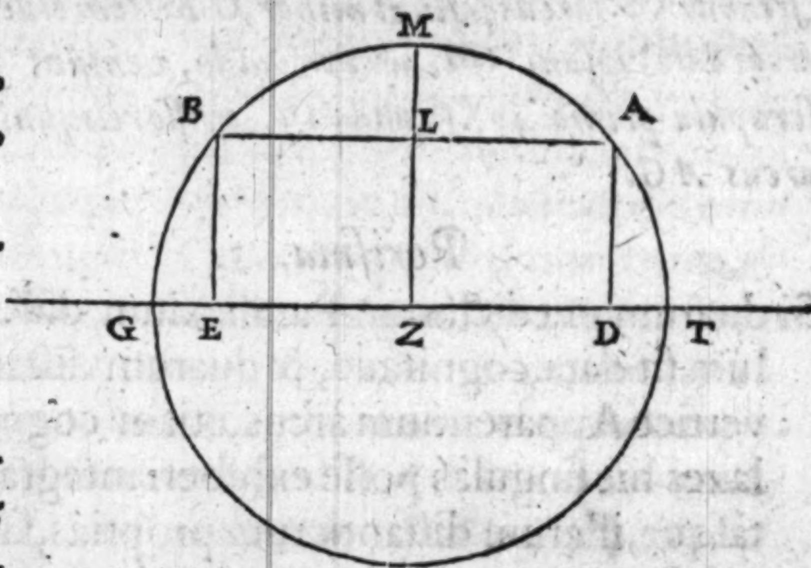
Propositio Regiomontani 22. eiusq; demonstratio & operatio, huius & veritatem & praxim, commonstrare potest: quam hic adiungere, è re studiosorum fore arbitratus sum.

Propos. xxij.

Si data fuerit differentia duorum arcuum cum pro-

portione ſinuum ſuorum, vterque eorum cognitus habebitur.

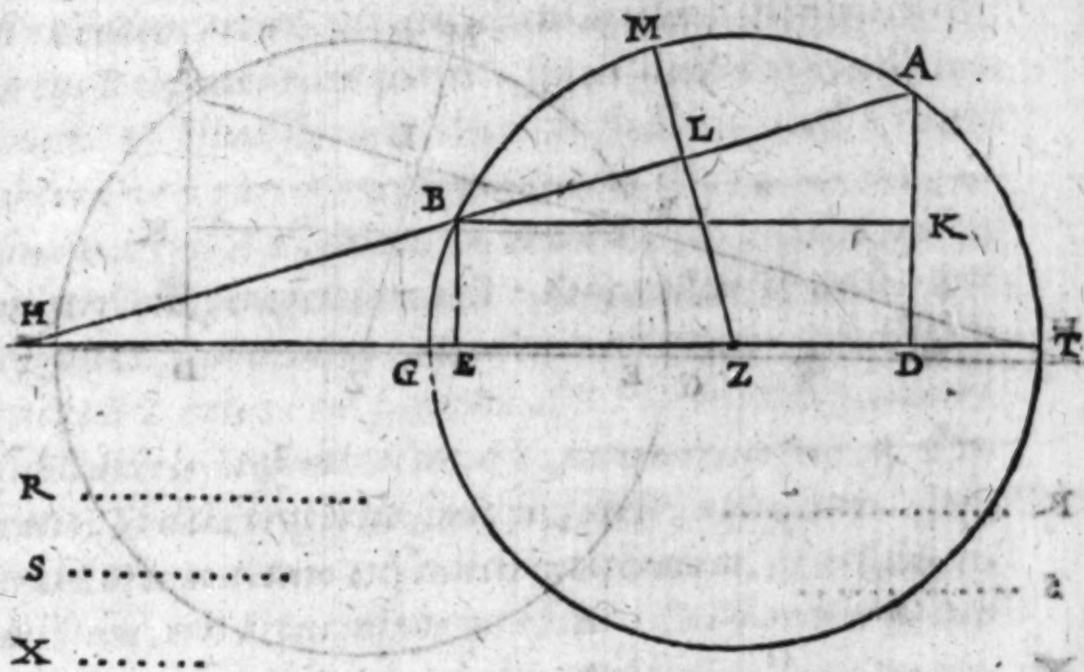
Duo arcus A G, & G B, conterminales intelligantur : minorq́; qui eſt G B, pars maioris, A G. Quorũ differentia, ſit data : arcus videlicet A B. Eorumq́; ſinus, habeant datam proportionem. Dico quod vterq; eorum notus reddetur. Incedat enim per G, terminum communem arcuum dictorum, & centrum circuli, Z, linea recta : vtrinq; indefinita : diametrum tamen circuli G T, complectens. Educaturq́; ſemidiameter Z M : ſecans chordam A B, orthogonaliter, in puncto L. A punctis A & B (chordã A B, terminantibus) duæ perpendiculares A D, & B E, ad diametrum deſcendant. Quas conſtat eſſe duos ſinus, arcuũ A G, & G B. Si itaque ipſi fuerint æquales : hoc eſt, proportio ſinuum data, fuerit proportio æqualitatis : erit, per communẽ ſcientiam, arcus G B, æqualis arcui A T. Dempto igitur A-B (noto per hypotheſim) ex ſemicircũ-



ferentia nota : reſidui medietas, arcus ſcilicet B G, minor, cognitus erit. Cui ſi arcum A B, notum, adieceris : prodibit arcus A G, maior, cognitus. ¶ Si verò alter ſinuum, maior reliquo extiterit : ſit (verbi gratia) arcus maioris, A G, ſinus, maior ſinu arcus minoris, B G. Abſcindaturq́; ex ſinu A D, linea recta K D, æqualis ipſi B E. Ducta linea

B K:

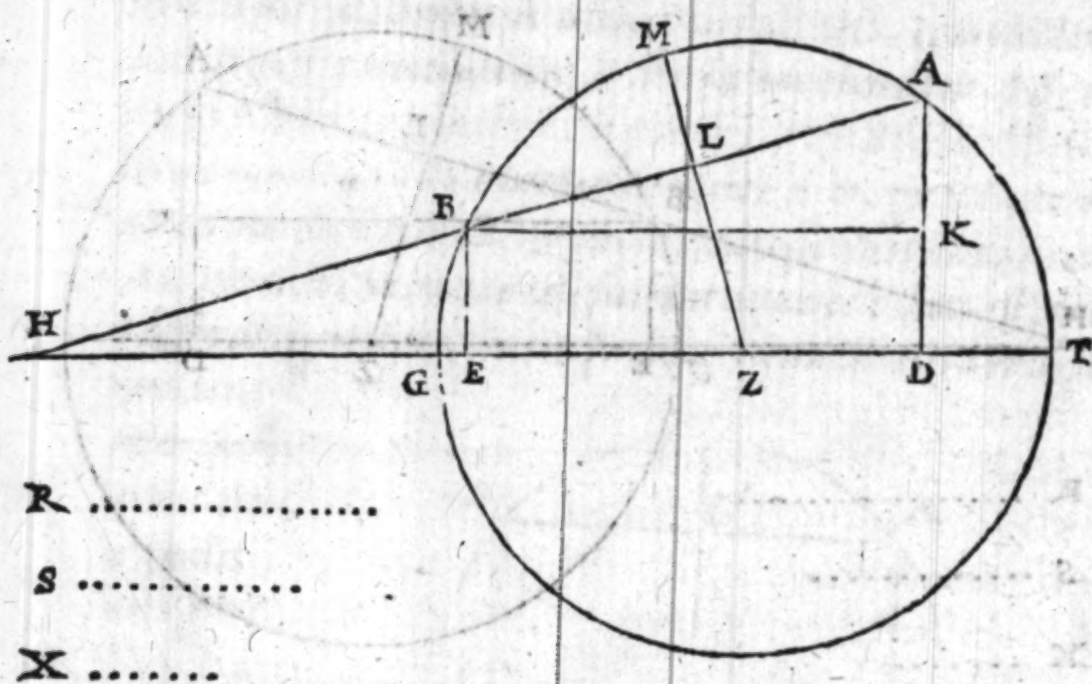
B K: quæ, per 33. primi Elementorum, æquidistabit lineæ E D. Vnde & (per 34. primi Elementorũ) angulus E B K, rectus habebitur: angulo E D K, recto existente. Et ideo angulus A B E, rectum superabit, eritq; obtusus. Producta autem linea ab A, per B, indefinita ex parte puncti B: erit reliquus angulus apud B, acutus (ex altera parte lineæ B E, constitutus.) Cumq; sit angulus B E G, rectus.



Linea dicta A B, satis porrecta, concurret cum linea T G, oportunè prolongata (per 5. postulatũ:) quod fiat in puncto H. Quoniam igitur, proportio A D, ad B E, data est: in numeris eam reperiemus: per Corollarium quintæ primi huius: qui sint R, & S. R quidem, maior numero S. Quorum differentia, sit X. Est autem (per secundam & quartam sexti, & 16. quinti Elementorum) proportio A D, ad B E (& ideo R, ad S) tanquam A H, ad H B. Quare, dis-

D.i. iunctim,

iunctim, A B, ad B H, sicut differentia numerorum (R & S) videlicet X, ad ipsum minorē numerum, S. Cumq; tres harum quantitatum proportionalium sint datæ, nimirum numerus X, & numerus S : & Chorda A B [quam arcus suus notificat, per Tabulā sinuū, aut Chordarū. Duplicando enim sinū rectū medietatis ipsius arcus, producitur tota Chorda integri arcus] erit & quarta proportionaliū, scili-



cet linea B H, nota : per 19. primi huius. Et ideo tota A H cognita veniet. Item B L, medietas lineæ A B, notæ, non erit incognita. Vnde & linea H L, data cōparabitur. Quod igitur sub A H, & H B, continetur Parallelogrammum rectangulum (per 16. primi huius) notum erit. Ipsum autē æquatur ei quod sub T H, & H G : per 36. tertij, & primam communem animi conceptionem. Quamobrem quod sub T H, & H G continetur, notum erit. Cui si quadratū semidia-

ſemidiametri Z G, notæ, adiecerimus, reſultabit (per ſextam ſecundi) quadratum lineæ H Z, notum. Vnde & ipſa H Z linea cognoſcetur, per ſecundam primi huius. Trianguli ergo Z H L, rectanguli, duo latera Z H, & H L, nota ſunt: quare (per 27 primi huius) angulus eius, H Z L, notus erit. Cuius denique numerus, arcum G M, notum faciet. Ad quem, ſi arcum M A (medietatem ſcilicet arcus A B, dati) adiunxeris: arcum A G, notum habebis. Itemq; ſi ex eodem arcu G M, dimidium arcum datum, reieceris, arcus B G, notus relinquetur. Quod hactenus expectauimus. ¶ Quod ſi maior duorum ſinuum, minoris fuerit arcus: vt ſi quis offerat proportionem ſinus arcus B T, ad ſinum arcus A T, cum arcu A B noto: non aliter, quàm nuperrimè, peragendum erit: donec elicietur arcus B G cognitus. Quo dempto ex ſemicircumferentia, relinquetur arcus B T notus: cui ſi arcum A B (ex hypotheſi notum) ſubtraxeris, arcũ minorem A T, notum relinques. ¶ Operatio. Si data proportio ſinuum, fuerit, æqualitatis: ſubtrahe arcum datum ex ſemicircumferentia, & reſidui dimidium, erit arcus minor quæſitus. Cui ſi arcum datum adieceris reſultabit arcus maior. ¶ Si verò fuerit proportio inæqualitatis, & ſinus maioris arcus, maior, ſinu arcus minoris: differentiam terminorum proportionis datæ, conſtitue primum numerum: terminum autem minorẽ, pro ſecundo: & Chordam arcus dati (qui eſt differentia arcuum quæſitorum) pro tertio. Multiplica igitur ſecundum per tertium, & productum diuide per primum: & quod exibit, addas Chordæ dimidiæ arcus dati: collectúmque ſerua. Idem quoq; adde toti Chordæ, arcus dati: & collectum multiplica per id quod Chordæ toti, & eius medietati addidiſti. Eique quod producitur, quadratum ſemidiametri (ſcilicet ſinus totius) adijcias. Huius demum

Præceptum. 1.

2.

aggregati, radicem elice quadratam. Deinde quod suprà seruatum iri iussimus, per sinum totum multiplica: & productum diuide in radicem iam elicitam: ab exeuntisq; arcu, dimidium arcum datum minue: & relinquetur arcus minor quæsitus. Quem & eidem, si addideris: maiorem arcum quæsitum numerabis. ¶ In exemplo. Ponatur proportio sinus arcus A G, ad sinum arcus B G, sicut 20. ad 13. sitq; [A B] differentia arcuum [A G, & B G] 40. graduum. Huius Chorda, est 41042. Differentia 20, ad 13, est 7. Multiplico igitur 41042, per 13, producuntur 533546. quæ diuido per 7. exeunt 76221, ferè: linea, scilicet B H. Huic addo medictatem Chordæ A B, scilicet [B L] 20521, resultant 96742, linea scilicet L H. Item colligo [B H] 76221, & [A B] 41042, ueniunt 117263: [A H] quæ multiplico per 76221 [B H] procreantur 8937903123. quibus addo quadratum [G Z] (Sinus Totius) quod est 3600000000: colliguntur 12537903123. Huius radix quadrata, est 111973, ferè [ipsa H Z linea] quam seruo. Deinde multiplico [H L] 96742. per 60000 producuntur 5804520000. quæ diuido per 111973 [H Z] exeunt 51839, fere, sinus scilicet arcus M G: per 27. primi huius. Qui (in eisdem Tabulis) erit graduum 59. scr: primorum 46. à quo arcu, aufero arcum B M, 20. graduū: manebit arcus B G gr: 39. scr: 46. Item adde M A gr: 20, arcui M G (nuper inuento) graduum 59. scr: 46, ueniunt gradus 79. scr: 46. & tantus computabitur arcus A G. Vterq; igitur arcus A G, & B G, iam cognitus habetur seorsim.

Exemplum.

Porisma. 4.

Manifestum etiam ex istis est, Parallaxium Canones facillimè componi, vel a magnis quibusdam Mathematicis compositos, corrigi posse. Maxima,

vel

vel quacunq; alia, data Parallaxi, cum Apparente distantia verticali, eiusdem Parallaxeos propria: non cognita quidem, Phænomeni à terra distantia.

Appendix. 1.

Hinc Peurbachij votis satisfacere possumus: qui.30. minutorũ Chordam, veraciter non haberi, querebatur, in fine libelli sui, de Sinubus & Chordis. Quæ (inquit ille) si haberetur, omnes Chordæ, arcuum aliorum, veraciter essent notæ,

Appendix. 2.

Similiter, ex proprietatibus hisce sic (in Triangulis A C B, A D B, A B O, A B N, & alijs Schematibus) demonstratis: qualia inferri, demonstrarique alia possint, tùm Theoremata, tùm Problemata (ad nostrum institutum necessaria) fusius explicabimus, in eo, quem (Deo fauente) de Phænomeno isto mirabili, edere statuimus libro.

Sin autem ista Regiomontani Operationes, alicui, vel prolixæ, vel difficiles, (aspectu primo) videri possint: propius certè intuenti, sæpiusq; tentanti, perspicuas valdè, atque faciles sese præbebunt. Bonoque is sit animo (veritatis studiosus:) nam vsu fræquentiori, facillimam omnem (Circa eiuscemodi) reddet praxim. At & nos magna in his, similibusq; excogitauimus Compendia: Studiosisq; communicare decreuimus. Et certè nisi alijs iam essem occupatior, quàm vt accurato queam vacare calculo: horum hîc omnium, logisticam aliquam exhibuissem exercitationem, in veris istius Phænomeni admirandi, a nobis obseruatis Parallaxibus.

Parallaticus Nucleus.

Admonitio.

Caueant autem omnes qui vel ambitionis œstro perciti: vel inscitiæ securitate animati, non satis artificiosè instituta, prudenterq; examinata, sua audeant, in doctorum hominum oculis, auribúsue ponere.

Epilogus.

Videte quæso, ipse Terræ Globus, quantùm nobis suppeditauit auxilij, in hoc (præ cæteris) tàm nobili, eruendo Theoremate tertio. In Lumine Naturæ, sic, optimum licet Philosophandi reperire modum. Naturæ isti sunt Thesauri: ipsis semper rebus, diuinis copulati nexibus. Omnium enim Parallaxium, vt ipsa Terreni orbis moles, maxima existit occasio: Sic ad illud, quod nobis ipsa facessit, expediendum negotium, Instrumentum attulit aptissimum (Ex vnica nimirum Semidiametro, inter Spectatoris oculum, Terræq; centrum veraciter extensa, descriptum.) In quo, perspicuè, breuiter, absoluteq;, huius disciplinæ, Multiplex considerari queat Methodus. Cui, si, de cætero, accuratè, cautè, & φιλαλήθως, incumbere velitis: non solùm Cœlestis huius Phænomeni, quàm sit incredibilis Dispositio, Conditioq;, vnà mecum veritatis studiosis, testatissimum reddere poteritis: Sed, ad quàm plurima eruenda alia, circa Cœlestium quorumcunq; vel Subcœlestium Phænomenorum Causas, Loca, Distantias, Magnitudines, Stationes, Motionésue, longè instructiores euadetis. Quam pulcherrimam Philosophiæ partem (mortalibus summè necessariam) omnibus suis numeris, antè, absoluendam fore speramus, quàm vniuersa, huius admirandi Prodromi (quæ vario nobis videtur innuere modo) rebus ipsis, explicata pandentur Apotelesmata.

Valeatis interim, Amici mei,
veræq; Studiosi Philosophiæ.

IO. DEE, LOND.